

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

учащегося **10** класса

муниципального автономного общеобразовательного учреждения
«Центр образования №1 «Академия знаний имени Н.П. Шевченко»
Старооскольского городского округа Белгородской области

Карпенко Александра Александровича

Педагог-наставник:
учитель математики
МАОУ «Центр образования №1
«Академия знаний имени Н.П. Шевченко»
Юрченко Людмила Анатольевна

10.1.

(10-108)

В петицик с 1 по 10101 содержится 10101 цифр.
Заметим, что в последовательности содержится
21 цифра. Из них 11 единиц и 10 двоек.
Если бы ~~ча~~ цифр было 20, тогда единиц и
двоек было поровну, но у нас остается еще
единица. Следовательно, кол-во единиц равно:

$$\frac{10101 - 1}{2} + 1 = 5051$$

Ответ: 5051 75

10.2.

Пусть скорость Василия - x км/ч, а скорость
Алексея - y км/ч, тогда за полчаса они проехали
 $0,5x$ км и $0,5y$ км соответственно. Кол-во допо-
лнительного времени равно $0,5x$ ^{мин} и $0,5y$ ^{мин},
~~т.е. $0,5x = 6 + 0,5y$~~ т.е. $\frac{1}{120}x$ ч и $\frac{1}{120}y$ ч;

~~для удобства переведем в км/мин.~~

~~$0,5x$ км/ч~~

тогда еще они проехали $\frac{1}{120}x^2$ км и $\frac{1}{120}y^2$ ч

$$\begin{cases} 0,5x = 6 + 0,5y \\ 0,5x + \frac{1}{120}x^2 = 11 + 0,5y + \frac{1}{120}y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{6 + 0,5y}{0,5} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,5x + \frac{1}{120x^2} = 11 + 0,5y + \frac{1}{120}y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 12 + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,5(12+y) + \frac{1}{120} \cdot \frac{(12+y)^2}{0,5} = 11 + 0,5y + \frac{1}{120}y^2 \end{cases}$$

$$6 + 0,5y + \frac{(12+y)^2}{120} = 11 + 0,5y + \frac{1}{120}y^2 \quad | \cdot 120$$

$$(12+y)^2 + 60y + 720 = 1320 + 60y + y^2$$

$$144 + 24y + y^2 + 60y + 720 - 1320 - 60y - y^2 = 0$$

$$24y = 456$$

$$y = 19 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right) - \text{скорость Алексея}$$

$$x = 12 + 19 = 31 \left(\frac{\text{км}}{\text{ч}} \right) - \text{скорость Василия}$$

Ответ: 19 и 31

10.3.

$$(x^2 + 10x + 9)(x^2 + 10x + 9 + 18) = 0$$

$$x^2 + 10x + 9 = 0 \quad x^2 + 10x + 9 + 18 = 0$$

По теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = -10 = x_3 + x_4$$

$$x_1 \cdot x_2 = 9$$

$$x_3 \cdot x_4 = 9 + 18 \quad \leftarrow \text{вычтем верхнее из нижнего}$$

$$x_3 x_4 - x_1 x_2 = 18$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -20$$

$$\cancel{s = n(a_0 + d)} \quad s = d(n-1) + a_0 n$$

$$\cancel{s = 20 = 4(a_0 + d)} \quad -20 = 3d + 4a_0$$

примем a_0 - число x_1 , число x_2 .

$$\cancel{d = 5 - a_0}$$

$$d = \frac{-20 - 4a_0}{3}$$

$$x_1 + x_2 = -10$$

$$x_1 = -5 = -10$$

$$x_1 = -5$$

число a_0 - x_1 , тогда

$$x_2 = x_1 + (-5) - x_1$$

$$x_2 = -5$$

$$\cancel{x_3 = x_1 + (-5 - x_1) \cdot 2}$$

$$x_3 = x_1 + (-5 - x_1) \cdot 2$$

$$x_3 = -x_1 - 10$$

$$x_4 = x_1 + (-5 - x_1) \cdot 3$$

$$x_4 = -2x_1 - 15$$

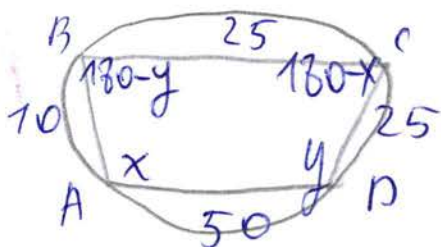
$$\frac{-20 - 4x_1}{3} + 2x_1 = -10 \quad | \cdot 3$$

$$-20 - 4x_1 + 6x_1 = -30$$

$$2x_1 = -50$$

$$x_1 = -25$$

Ответ: -25



10.4.

10-108

Дано:

ABCD — вписанный и вписанный
четырёхугольник

$$AB = 10$$

$$BC = 25$$

$$CD = 25$$

$$AD = 50$$

$$\angle A + \angle D = 180$$

$$\angle A + \angle D = ?$$

Решение:

П.к. ABCD — вписанный четырёхугольник, то $\angle B + \angle D = \angle A + \angle C = 180$

Пусть $\angle A = x$, а $\angle D = y$, тогда $\angle C = 180 - x$,
а $\angle B = 180 - y$ ($\frac{50}{25}$)

Поскольку $AD = 2BC$, то $\frac{\angle B + \angle C}{\angle A + \angle D} = 2$

$$\frac{180 - y + 180 - x}{x + y} = 2$$

$$360 - y - x = 2x + 2y$$

$$360 = 3x + 3y$$

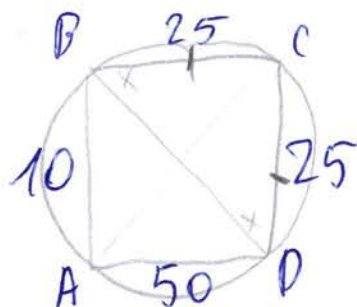
$$x + y = 120$$

Ответ: 120

№	Фамилия	Инициалы	РНО
1	З	Иванов И.И.	Копылова И.А. Серебряков Н.В.
2	7	Иванов И.И.	Белых Н.В. Лаврова Н.В.
3	0	Иванов И.И.	Меняева Л.А. Иванов Л.И.
4	0	Иванов И.И.	Копылова И.А. Копылова С.А.
5	0	Иванов И.И.	Копылова И.А. Копылова С.А.
Итого	10		

10.4.

10-108



Дано:
 вписанный ABCD
 $AB=10$
 $BC=CD=25$
 $AD=50$
 $\angle A + \angle D < 180$
 $\angle A + \angle D = ?$
 Решение:

П.к. ABCD - вписанный четырехугольник, то $\angle B + \angle D = \angle A + \angle C = 180$

10.5.

Чтобы получить четное число ~~из~~ натуральное число произведением нужно, чтобы каждое 3 элемента было четным, или натуральным.

Заметим, что каждое ~~натуральное~~ ^{произведение} находится в арифметической прогрессии, где $d=2$, это говорит о том, что:

$$a_{n+1}' a_{n+2}'' (a_{n+3}''' = a_n^{IV}) = 2$$

Таким образом, чем больше a_{n+3}''' и чем ~~меньше~~ ^{больше} a_n , тем больше произведение.

В свою очередь, a_{n+1}' и a_{n+2}'' должны быть наименьшими.

Тогда наибольшее произведение - $a_{15} a_1 a_2$.

По арифметической прогрессии видно, что

$$a_{13} a_{14} a_{15} = 1 + 2 \cdot 12 = 25$$

$a_1 a_2 a_3 = 1$, можно получить из ~~чисел~~ ^{чисел} 35; 142

Тогда $a_{15} a_1 a_2 = a_{15} \cdot 2$